حل معادلتين فى متغيرين

أوجد جبرياً م.ح

[1] $2س - ص = 10$ ، $س + 3ص = -5$

الحل

$2س - ص = 10$ ← (1)

$س + 3ص = -5$ ← (2)

بالطرح

$-4ص = 15$

$ص = -3$

بالتعويض فى (2)

$س + 6 = -5$

$س = -11$

$م.ح = \{(-11، -3)\}$

[2] $س + 2ص = 1$ ، $2س - ص = 9$

الحل

بضرب الأولى × 2

$2س + 4ص = 2$

$2س - ص = 9$

بالطرح

$5ص = -7$

$ص = -\frac{7}{5}$

بالتعويض فى (1)

$س + 2(-\frac{7}{5}) = 1$

$س - \frac{14}{5} = 1$

$س = 1 + \frac{14}{5}$

$س = \frac{19}{5}$

$م.ح = \{(\frac{19}{5}، -\frac{7}{5})\}$

[3] $\frac{س}{2} + \frac{ص}{3} = 6$ ، $س - ص = 2$

الحل

بضرب الأولى × 6

$3س + 2ص = 36$

بضرب الثانية × 2

$2س - 2ص = 4$

بالطرح

$5س = 40$

$س = 8$

بالتعويض فى (2)

$8 - ص = 2$

$-ص = -6$

$ص = 6$

$م.ح = \{(8، 6)\}$

[4] $2س - ص = 22$ ، $3س + 4ص = -2$

الحل

بضرب الثانية × 2

$2س - ص = 22$ ← (1)

$6س + 8ص = -4$ ← (2)

بالطرح

$-9ص = 18$

$ص = -2$

بالتعويض فى (1)

$2س + 2 = 22$

$2س = 20$

$س = 10$

$م.ح = \{(10، -2)\}$

$س = ٨$ ← $٥س = ٤٠$

بالتعويض فى ②

$ص = ٨ - ٢ = ٦$ ← $٨ = ص + ٢$

$ص = ٦$ ←

$ق(٨،٦) = ٠$

② $ص = -٢$ ، $ر = ٧$ ، $٣ص + ٢ر = ٤$

الحل

بضرب ① × ٢ ، ② × ٣

$٤ص - ٦ر = ١٤$ ← ③

$٩ص + ٦ر = ١٢$ ← ④

بالجمع

$١٣ص = ٢٦$ ← $ص = ٢$

بالتعويض فى ②

$٦ + ٢ر = ٤$ ← $ر = -١$

$ق(٢،-١) = ٠$

⑥ اذا كانت $د(س) = ٢س^٣ + ب س + ج$ وكانت

$د(١) = ٥$ ، $د(٢) = ١١$ فاوجد $ب$ ، $ج$

الحل

$د(١) = ٥$ ← $٥ = ٢ + ب + ج$ ← ③

$د(٢) = ١١$ ← $١١ = ١٦ + ٢ب + ج$ ← ④

بطرح ③ من ④

$٦ = ٣ب$ ← $ب = ٢$

بالتعويض فى ① ٢ + ب = ٥ ⟸ ب = ٣

طريقة التعويض

① ص = ٢س + ٣ ، ٤س - ٢ص = ٤

بالتعويض فى ② ⟸ س = ٤ + ٢ص

٤(٤ + ٢ص) - ٢ص = ٤

١٦ + ٨ص - ٢ص = ٤

٦ص = -١٢ ⟸ ص = -٢

بالتعويض فى ① ⟸ س = ٤ - ٤ = ٠

∴ حل المعادلتين (٠ ، -٢)

② ص = ٣ - ٢س ، ٢س + ص = ٤

بالتعويض فى ① ⟸ ٢س + ٣ - ٢س = ٤

٠ = ١ ⟸ غير صحيحة

∴ المعادلتان ليس لهما حل

③ ص = ٢س + ٣ ، ٢س - ص + ٤ = ٠

بالتعويض فى ② ⟸ ٢س - (٢س + ٣) + ٤ = ٠

٢س - ٢س - ٣ + ٤ = ٠

١ = ٠ ⟸ غير صحيحة

∴ المعادلتان ليس لهما حل

④ ص = ٣ - ٢س ، ٢س + ص = ٣

بالتعويض فى ② ⟸ ٢س + ٣ - ٢س = ٣

٣ = ٣ ⟸ صحيحة

∴ المعادلتان لهما عدد لا نهائى من الحلول

⑤ ص = ٢س + ٣ ، ٢س - ص + ٣ = ٠

بالتعويض فى ② ⟸ ٢س - (٢س + ٣) + ٣ = ٠

٢س - ٢س - ٣ + ٣ = ٠

٠ = ٠ ⟸ صحيحة

∴ المعادلتان لهما عدد لا نهائى من الحلول

سبحان الله والحمد لله سبحان الله العظيم

حل المعادلات بيانياً

لإيجاد بيانياً م.ح للمعادلتين

س − ص = ٤ ، ٢س + ص = ٨

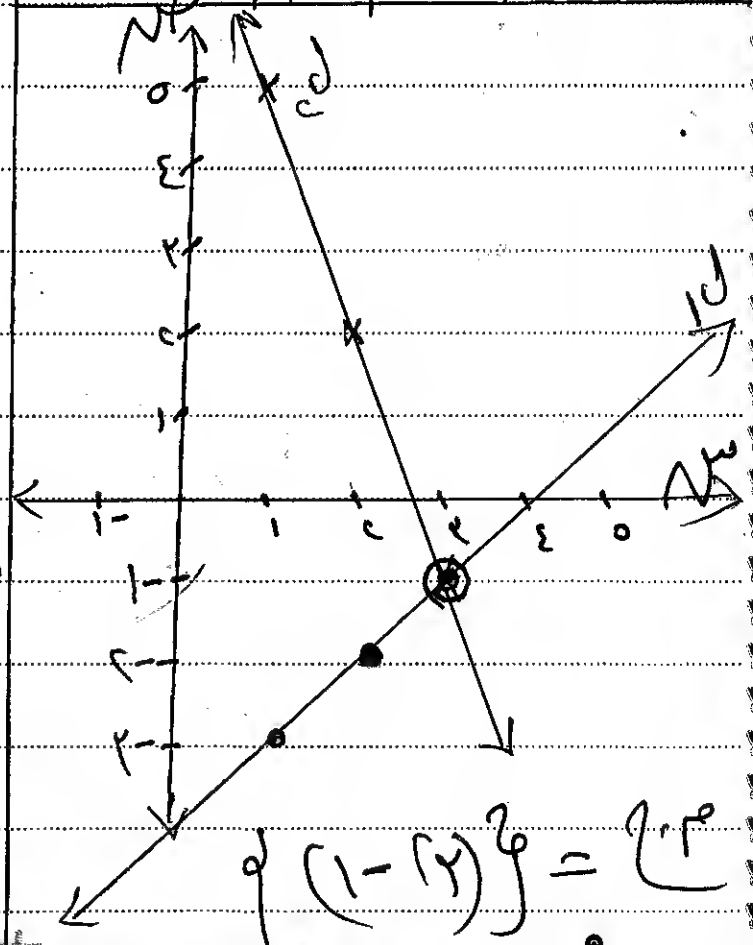
الحل

* س − ص = ٤

س	١	٢	٣
ص	−٢	−١	٠

* ٢س + ص = ٨

س	١	٢	٣
ص	٥	٢	−١



م.ح = {(٢، ٢)}

حالات التعيين

* تعيين متقاطعين
يوجد حل واحد

* تعيين متوازيين
لا يوجد حل
م.ح = ∅
م١ = م٢ ، واكبر أو أصغر مختلفة

مثل

٢س − ٢ص = ٥ ، ٢س − ٢ص = ٧
متوازيين

* تعيين منطبقين
م١ = م٢ ، واكبر أو أصغر متساوية

مثل

س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ٤ص = ١٠
منطبقين

يوجد عدد لانهائى من الحلول

تمرين

أوجد بيانياً م.ح

ص = ٢ + ٣س ، ص = س − ٢

انتهت الحصة

حل المعادلات فى متغيرين

مثال ١

عددان اذا اضيف ثلاثة امثال الاول الى ضعف الثانى كانت الناتج ٢ واذا اضيف الاول الى ثلاثة امثال الثانى كانت الناتج ١٠ فما العددان

الحل

نفرض ان العددين هما س ، ص

٣س + ٢ص = ٢ ← (١)

س + ٣ص = ١٠ ← (٢)

نضرب المعادلة الثانية فى (-٣) ثم نجمع

-٣س - ٩ص = -٣٠ ← (٣)

٣س + ٢ص = ٢ ← (١)

∴ -٧ص = -٢٨ ⟸ ص = ٤

بالتعويض فى الثانية

س + ١٢ = ١٠ ⟸ س = -٢

∴ العددان هما -٢ ، ٤

مثال ٢

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومحيطه ٢٨ سم اوجد مساحة المستطيل

الحل

نفرض ان العرض س ، الطول ص

★ ص - س = ٤ ← (١)

★ ٢(ص + س) = ٢٨ ← (٢)

∴ ص + س = ١٤ ← (٣)

∴ ٢ ص = ١٨ ⟵ ص = ٩

بالتعويض فى (١)

٩ + س = ١٤ ⟵ س = ٥

ط ا ه = الطول × العرض

= ٩ × ٥ = ٤٥ سم٢

مثال ٣ زاويتان متكاملتان قياس أحدهما يساوى سبعة أمثال قياس الأخرى أوجد قياس كل زاوية

الحل

نفرض أن الزاويتين هما

س ، ص

س + ص = ١٨٠ ⟵ (١)

٢ س = ٧ ص ⟵ (٢)

من (٢) ⟵ ٢ س - ٧ ص = ٠ ⟵ (٣)

(١) × ٢ ⟵ ٢ س + ٢ ص = ٣٦٠ ⟵ (٤)

(٤) - (٣) ⟵ ٩ ص = ٣٦٠

ص = ٤٠

بالتعويض فى (١)

س + ٤٠ = ١٨٠

س = ١٤٠°

مثال ٤ عدد مكون من رقمين مجموع رقمية يساوى ثلاثة أمثال رقم آحاده ورقم عشراته يزيد ٤ عن رقم آحاده فما هو هذا العدد

الحل

نفرض أن رقم الآحاد س

" " " العشرات ص

ص + س = ٢ س ⟵ (١)

ص - س = ٤ ⟵ (٢)

من (١) ⟵ ص = ٢ س ⟵ (٣)

بالتعويض فى (٢)

٢ س - س = ٤

س = ٤

بالتعويض فى (٣)

ص = ٨

∴ العدد هو ٨٤

مسألة ٥ اذا كان مجموع عمرى أحمد وأسامه الآن ٤٢ سنه وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٢ سنوات اوجد عمر كلاً منهما بعد ٧ سنوات

الحل

نفرض ان عمر أحمد الآن س
" " " أسامه الآن ص

* س + ص = ٤٢ ← (١)

بعد ٥ سنوات

س + ٥ − (ص + ٥) = ٣

س + ٥ − ص − ٥ = ٣

* س − ص = ٣ ← (٢)

بالجمع

٢س = ٤٦

س = ٢٣

بالتعويض فى (١)

٢٣ + ص = ٤٢

ص = ١٩

∴ عمر أحمد بعد ٧ سنوات هو ٣٠ سنه

عمر أسامه هو ٢٧ سنه

مسألة ٦ اذا كان ثمن أربع أقلام وكتابين ٢٢ جنيه واذا زاد عدد الأقلام ٣ أقلام ونقص عدد الكتب كتاباً واحداً اصبح ثمن الكل ٤٠ جنيه اوجد ثمن القلم والكتاب

الحل

نفرض ان ثمن القلم س
" " " الكتاب ص

* ٤س + ٢ص = ٢٢

بالضرب على (١) × ٢

٢س + ٢ص = ٢٢ ← (١)

* ٥س + ص = ٤٠ ← (٢)

بطرح الاول من الثانى

−٣س − ص = −١١

٥س + ص = ٤٠

٢س = ٢٩

س = ٣

ضعيف

بالتعويض فى (١)

٦ + ص = ١١

ص = ٥

ضعيف

مثال (٧) عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ واذا عكس وضع الرقمين نتج العدد الناتج يزيد عن العدد الاصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الاصلى

الحل

نفرض ان رقم الآحاد س ، رقم العشرات ص

* س + ص = ١١ ـــــ (١)

العدد = س + ١٠ ص واذا عكس وضع الرقمين

العدد الناتج هو ص + ١٠ س

* ص + ١٠ س − (س + ١٠ ص) = ٢٧

ص + ١٠ س − س − ١٠ ص = ٢٧

٩ س − ٩ ص = ٢٧ بالقسمة ÷ ٩

س − ص = ٣ ـــــ (٢)

بجمع (١) ، (٢)

٢ س = ١٤ ⟸ س = ٧

بالتعويض فى (١)

٧ + ص = ١١ ⟸ ص = ٤

∴ العدد هو ٤٧

مثال (٨) مستطيل محيطه ٤ سم واذا نقص طوله ٤ سم وزاد عرضه ٤ سم صار مربعا" اوجد مساحة المربع

الحل

نفرض ان الطول س ، العرض ص

٢ (س + ص) = ٤ ⟸ س + ص = ١٢

س − ٤ = ص + ٤ ⟸ طول المربع = ع

$س - ص = ٦$ ← ج

$س + ص = ١٢$ ← ١

بجمع ١ ، ج

$٢س = ١٨$ ← $س = ٩$

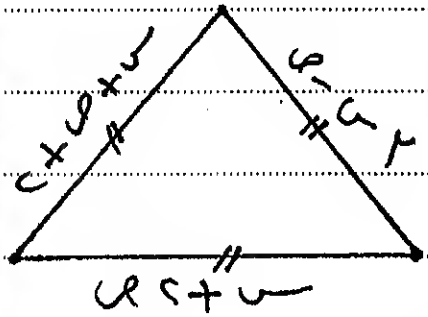
بالتعويض فى ١

$٩ + ص = ١٢$ ← $ص = ٣$

$ص^{٢} = ٥^{٢} = ٢٥$

مثال ٩ : إذا كان المحيط المقابل

مساوى المحيط المضلع المرسوم



$س + ص + ٤ = س + ٢ص + ص$

$س - ص = ١$ ← ١

$س = ص + ١$ ← ب

بالقسمة ÷ ٢

$س^{٢} - ص^{٢} = ٢$

بالتعويض من ب فى ج

$(ص + ١)^{٢} - ص^{٢} = ٢$

$ص^{٢} + ٢ص + ١ - ص^{٢} = ٢$

$٢ص = ١$ ← $ص = \frac{١}{٢}$

بالتعويض فى ب

$س = \frac{١}{٢} + ١ = \frac{٣}{٢}$

∴ محيط المضلع $= ٢ \times ٢ + ٢ \times \frac{٣}{٢} = ٧$

تابع حل المعادلات فى متغيرين

الدرس الرابع

حل المعادلتين

① $س + ص = ١$ ، ② $س^٢ + ص^٢ = ١٢$

الحل

من المعادلة ① $س = ١ - ص$

بالتعويض فى ② $(١ - ص)^٢ + ص^٢ = ١٢$

$١ - ٢ص + ص^٢ + ص^٢ - ١٢ = صفر$

$٢ص^٢ - ٢ص - ١٢ = صفر$ ÷ ٢

$ص^٢ - ص - ٦ = صفر$

$(ص - ٣)(ص + ٢) = صفر$

$ص = ٣$ | $ص = -٢$

بالتعويض فى ① | بالتعويض فى ①

$س = ١ - ٣ = -٢$ | $س = ١ + ٢ = ٣$

$(-٢ ، ٣)$ ، $(٣ ، -٢)$

---

② $ص - س = ٢$ ، $٢س^٢ + س ص - ٤ = ٠$

الحل

من الأولى $ص = ٢ + س$

بالتعويض فى ②

$٢س^٢ + س(٢ + س) - ٤ = ٠$

$٢س^٢ + ٢س + س^٢ - ٤ = ٠$

$٣س^٢ + ٢س - ٤ = ٠$

$(س + ٢)(٣س - ٢) = صفر$

$س = -٢$ | $س = \frac{٢}{٣}$

$ص = ٢ - ٢ = ٠$ | $ص = ٢ + \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٣}$

$(-٢ ، ٠)$ ، $(\frac{٢}{٣} ، \frac{٨}{٣})$

(٣) $س - ص = ١$ ، $س^{٢} + ص س + ص^{٢} = ٧$

الحل

بالتعويض فى (٢) $\boxed{س = ١ + ص}$

$(١ + ص)^{٢} + ص(١ + ص) + ص^{٢} = ٧$

$١ + ٢ص + ص^{٢} + ص + ص^{٢} + ص^{٢} - ٧ = ٠$

$٣ص^{٢} + ٣ص - ٦ = ٠$ ÷ ٣

$ص^{٢} + ص - ٢ = ٠$

$(ص + ٢)(ص - ١) = ٠$

$ص = -٢$ ، $ص = ١$

بالتعويض فى (١)

$س = ١ - ٢ = -١$ ، $س = ١ + ١ = ٢$

$\therefore$ مج $= \{(-١، -٢)، (٢، ١)\}$

(٤) $س + ص = ٥$ ، $\frac{ص}{٦} = \frac{١}{س}$

الحل

بالتعويض فى (٢) $\boxed{س = ٥ - ص}$ × ٦

$ص س = ٦$ ⟸ $ص(٥ - ص) = ٦$

$٥ص - ص^{٢} - ٦ = ٠$ × -١

$ص^{٢} - ٥ص + ٦ = ٠$

$(ص - ٢)(ص - ٣) = ٠$

$\boxed{ص = ٢}$ | $\boxed{ص = ٣}$

بالتعويض فى (١)

$س = ٥ - ٢$ | $س = ٥ - ٣$

$\boxed{س = ٣}$ | $\boxed{س = ٢}$

$\therefore$ مج $= \{(٣، ٢)، (٢، ٣)\}$

⑤ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٨ سم² أوجد محيطه

الحل

نفرض أن الطول س والعرض ص

س − ص = ٢ ⇐ س ص = ٨

من ① س = ص + ٢ ← ① بالتعويض فى ②

ص(ص + ٢) = ٨ ⇐ ص² + ٢ص = ٨

ص² + ٢ص − ٨ = ٠

(ص + ٤)(ص − ٢) = ٠

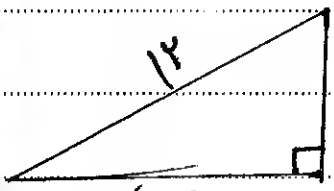
ص = −٤ مرفوض | ص = ٢ سم

س = ٢ + ٢ = ٤ سم

المحيط = ٢(س + ص) = ٢(٤ + ٢) = ٢ × ٦ = ١٢ سم

---

⑥ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ومحيطه ٣٠ سم أوجد طول ضلعى القائمة



الحل

المحيط

س + ص + ١٢ = ٣٠

س = ١٧ − ص ①

من فيثاغورث

س² + ص² = ١٦٩ ← ②

بالتعويض فى ②

(١٧ − ص)² + ص² = ١٦٩

٢٨٩ − ٣٤ص + ص² + ص² = ١٦٩

٢ص² − ٣٤ص + ١٢٠ = ٠ ÷ ٢

ص² − ١٧ص + ٦٠ = ٠

(ص − ١٢)(ص − ٥) = ٠ ∴ ص = ١٢ أو ٥

المعادلة ① س = ١٧ - ١٢ = ٥ أو س = ١٢
∴ الطلبة هى ١٢ ، ٥

---

⑦ إذا كانت عمر أحمد يزيد عن ثلاثة أمثال عمر ابنه بـ ٣ سنة وكان مجموع مربعى عمريهما يزيد عن ثلاثة أمثال حاصل ضرب العمرين بمقدار ١٨١ فما عمر كل منهما الآن

نفرض أن عمر الابن س ، وعمر الأب ص

س = ٢ص + ١ ⟵ ص = س - ١ / ٢

س² + ص² - ٣ س ص = ١٨١ ⟵ ②

بالتعويض من ① فى ②

(٢ص + ١)² + ص² - ٣ ص (٢ص + ١) = ١٨١

٤ص² + ٤ص + ١ + ص² - ٦ص² - ٣ص = ١٨١

ص² + ص - ١٨٠ = ٠

(ص + ١٥)(ص - ١٢) = ٠

ص = -١٥ | ص = ١٢

مرفوضة | عمر الأب ١٢ سنة

∴ س = ٢ × ١٢ + ١ = ٢٥ سنة

★ تذكر أن مجموع مربعين س² + ص² هو (س + ص)² لكنه مربع مجموعهما

★ محيط المعين = طول الضلع × ٤ ★ محيط المربع = ٤ ل

★ مساحة المعين = ½ حاصل ضرب طولى قطريه ★ مساحة المربع = ل²

تمرين

يراد تكوين مبلغ ٨ جنيهات
من ١٢ ورقة مالية بعضها فئة
٢٥ قرشا والآخر فئة ٥٠ قرشا
فكم عدد الورقات المالية لكل فئة

الحل

* نفرض ان عدد الورقة فئة ٢٥ قرش
* ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ٥٠ قرش

$$س + ص = ١٢ \quad ①$$

$$٢٥ س + ٥٠ ص = ٨٠٠ \quad ②$$

بقسمة ② ÷ ٢٥ ثم ضرب ① × -١ ← ③

$$س + ٢ ص = ٣٢$$

$$-ص = -١٢$$

$$\boxed{ص = ١١}$$

بالتعويض فى ①

$$س + ١١ = ١٢$$

$$\boxed{س = ١}$$

تذكر انه
اوجد مجموعة حل المعادلة

$$س^٢ - ٧ س - ١٨ = صفر$$

الحل

$$(س + ٢)(س - ٩) = ٠$$

$$س = -٢ \quad ، \quad س = ٩$$

م.ع = {-٢ ، ٩}

حل المعادلة

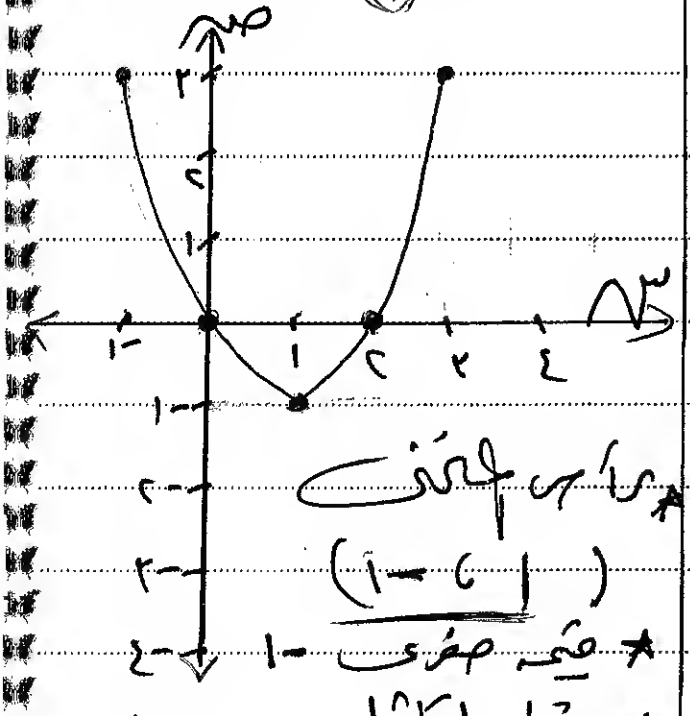
$$س^٢ - ٢ س = ٠ \quad ، \quad س \neq ٠$$

تمثيل $د(س) = س^٢ - ٢ س$

فى الفترة $[-١ ، ٣]$

الحل

س	-١	٠	١	٢	٣
ص	٣	٠	-١	٠	٣

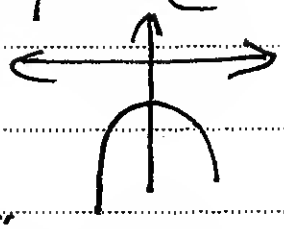


* رأس المنحنى
(١ ، -١)
* قيمة صغرى -١ عند س = ١
* خط التماثل س = ١

م.ح = {٠ ، ٢}

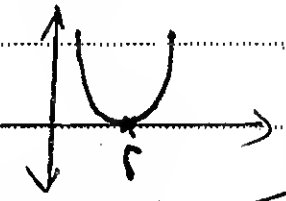
نظرية

* اذا لم يقطع المنحنى محور السينات فإنه $م.ج = \phi$



* اذا مس المنحنى محور السينات من نقطة واحدة فإنه يكون وحيد

$م.ج = \{ ٢ \}$



* $ر_١$ س المنحنى $(٢ ، ٠)$
* القيمة العظمى هى ٢
* معادلة خط تماثل $س = ٢$
* $م.ج = \{ ٣ \}$

الحل العام (القانون)

$أ س^{٢} + ب س + ج = ٠$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

مثال ١

اوجد ق ح باستخدام القانون

$س^{٢} - ٤ س + ١ = ٠$

مقدراً الناتج لأقرب رقم عشرى

الحل

$أ = ١ ، ب = -٤ ، ج = ١$

$$س = \frac{٤ \pm \sqrt{(-١٦) - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢} = ٢ \pm ١$$

$س_{١} = \frac{٤ + \sqrt{١٢}}{٢} = ٣,٧٣$

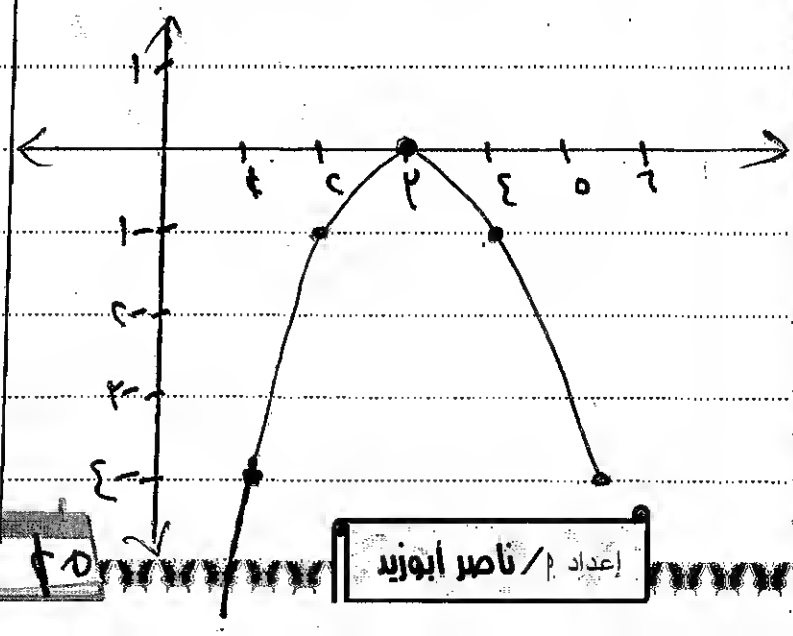
مثال ٢

اذا كان $ر(س) = ٦ س - س^{٢} - ٩$

فى الفترة $[٠ ، ٦]$ موضحا القيمة العظمى ومجموعة حل المعادلة $ر(س) = ٠$

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	-٩	-٤	-١	٠	-١	-٤	-٩



$س = \frac{٤ - \sqrt{١٢٧}}{٢} = ٧٫٢$ مرفوض

$\therefore$ م ح $= \{٧٫٢\}$ ع

مثال ٣ طريقة أخرى

$(س - ٢)^{٢} - ٥ = ٠$ بوضع $س - ٢ = ص$

$\therefore ص^{٢} - ٥ = ٠$

$ص^{٢} - ٩ + ٤ = ٠$

$(ص - ٣)(ص + ٣) = ٠$

$ص = ٣$ أو $ص = -٣$

$س - ٢ = ٣$ أو $س - ٢ = -٣$

$س = ٥$ أو $س = -١$

م ح $= \{٥، -١\}$

مثال ٤

$س^{٢} - ٢س + ١ = ٠$

$\therefore ١ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $ج = ١$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times ١ = ٠$

$\therefore$ للمعادلة جذران متساويان

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{٢ \pm \sqrt{٠}}{٢} = ١$

م ح $= \{١\}$

مثال ٥

$س^{٢} - ٢س + ٥ = ٠$

$\therefore ١ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $ج = ٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥ = -١٦$

$\therefore$ للمعادلة جذران غير حقيقيين

م ح $= \{\}$ أو ϕ

مثال ٦

$٢س^{٢} - ٣س + ٥ = ٠$

$\therefore ١ = ٢$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٣)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٥ = -٣١$

$\therefore$ للمعادلة جذران غير حقيقيين

م ح $= \{\}$ أو ϕ

مثال ٧ طريقة أخرى

$(س - ٢)^{٢} + ٩ = ٠$ بوضع $س - ٢ = ص$

$\therefore ص^{٢} + ٩ = ٠$

$ص^{٢} = -٩$

$ص = \pm ٣ت$

$س - ٢ = ٣ت$ أو $س - ٢ = -٣ت$

$س = ٢ + ٣ت$ أو $س = ٢ - ٣ت$

م ح $= \{٢ + ٣ت، ٢ - ٣ت\}$

مثال ٨

$٢س^{٢} - ٣س + ١ = ٠$

$\therefore ١ = ٢$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ١$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٣)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١ = ١$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{٣ \pm \sqrt{١}}{٤}$

$س = \frac{٣ + ١}{٤} = ١$ أو $س = \frac{٣ - ١}{٤} = \frac{١}{٢}$

م ح $= \{١، \frac{١}{٢}\}$

مثال ٩

$س^{٢} - ٦س + ٩ = ٠$

$\therefore ١ = ١$ ، $ب = -٦$ ، $ج = ٩$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٦)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٩ = ٠$

$\therefore$ للمعادلة جذران متساويان

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{٦ \pm \sqrt{٠}}{٢} = ٣$

م ح $= \{٣\}$

مثال ١٠

$٣س^{٢} - ٢س + ٥ = ٠$

$\therefore ١ = ٣$ ، $ب = -٢$ ، $ج = ٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٢)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ٥ = -٥٦$

$\therefore$ للمعادلة جذران غير حقيقيين

م ح $= \{\}$ أو ϕ

مثال ١١

$٢س^{٢} - ٣س + ١ = ٠$

$\therefore ١ = ٢$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ١$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٣)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١ = ١$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ا} = \frac{٣ \pm \sqrt{١}}{٤}$

$س = \frac{٣ + ١}{٤} = ١$ أو $س = \frac{٣ - ١}{٤} = \frac{١}{٢}$

م ح $= \{١، \frac{١}{٢}\}$

مثال ١٢

$س^{٢} - ٢س + ٥ = ٠$

$\therefore ١ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $ج = ٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٥ = -١٦$

$\therefore$ للمعادلة جذران غير حقيقيين

م ح $= \{\}$ أو ϕ

مثال ١٣

$٢س^{٢} - ٣س + ٥ = ٠$

$\therefore ١ = ٢$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ا ج = (-٣)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٥ = -٣١$

$\therefore$ للمعادلة جذران غير حقيقيين

م ح $= \{\}$ أو ϕ

العدد ٢٠١٢

مثال ٥ حل المعادلة $\frac{٨}{س^{٢}} + \frac{١}{س} = ١$

الحل

المقام المشترك $= س^{٢}$

$٨ + س = س^{٢}$

$س^{٢} - س - ٨ = صفر$

$أ = ١ ، ب = -١ ، جـ = -٨$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \frac{١ \pm \sqrt{(-١)^{٢} - ٤ \times ١ \times -٨}}{٢ \times ١}$

$= \frac{١ \pm \sqrt{٣٢ + ١}}{٢}$

$= \frac{١ \pm \sqrt{٣٣}}{٢}$

$س_{١} = ٢,٢٧$

$س_{٢} = -٢,٢٧$

مرفوض $\because$ لا يوجد جذر تربيعى لعدد سالب

مثال ٦

$\frac{س}{٢} = \frac{١}{س - ٥}$

الحل

$س^{٢} - ٥س = ٢$

$س^{٢} - ٥س + ٢ = صفر$

$أ = ١ ، ب = -٥ ، جـ = ٢$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \frac{٥ \pm \sqrt{(-٥)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٢}}{٢ \times ١}$

$= \frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٨}}{٢}$

$= \frac{٥ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$

$س_{١} = ٤,٢$

$س_{٢} = ٠,٧$

مرفوض $\because$ لا يوجد جذر تربيعى لعدد سالب

حل المعادلة

$-٢٠س^{٢} + ٧٨س + ٢٨ = صفر$

الحل

$أ = -٢٠ ، ب = ٧٨ ، جـ = ٢٨$

$٢٠س^{٢} - ٧٨س - ٢٨ = صفر$

$١٥س^{٢} - ٢٩س - ١٩ = صفر$

$أ = ١٥ ، ب = -٢٩ ، جـ = -١٩$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \frac{٢٩ \pm \sqrt{١٠٤١ + ١١٤٠}}{١٥ \times ٢}$

$س_{١} = ٢,٠٥$

$س_{٢} = -٠,٦٢$

مرفوض $\because$ لا يوجد جذر تربيعى لعدد سالب

جبر ٤٢

أصفار الدالة

هي قيم س التي
تجعل الدالة = صفراً

مثال

اذا كانت د(س) = ٥س - ١٠

★ د(١) = ٥×١ - ١٠ = -٥

★ د(٢) = ١٠ - ١٠ = ٠

★ د(٣) = ١٥ - ١٠ = صفر

أصفار الدالة = {٣}

أوجد أصفار الدوال الآتية

[١] د(س) = ٢س - ١٤

الحل

٢س - ١٤ = صفر

٢س = ١٤

س = ٧

ص(د) = {٧}

[٢] د(س) = ٥س² - ٣س

الحل

س(٥س - ٣) = صفر

إما س = ٠ | س = ٣/٥

ص(د) = {٠، ٣/٥}

[٣] د(س) = س² - ٧س + ١٢

الحل

س² - ٧س + ١٢ = صفر

(س - ٣)(س - ٤) = صفر

إما س = ٣ | س = ٤

ص(د) = {٣، ٤}

[٤] د(س) = س² - ١٦

الحل

س² - ١٦ = صفر

س² = ١٦

س = ±٤

ص(د) = {±٤}

[٥] س² - ١٢س - ٣٠

الحل

(س - ١٥)(س + ٢) = صفر

س = ١٥ أو س = -٢

ص(د) = {١٥، -٢}

سبحان الله والحمد
سبحان الله العظيم

جـ ٣ ع

ملاحظات

عند تحليل المقدار الثلاثي

* اذا كانت اشارة $أ$ الاضطرادية موجبة فالاشارتان مثل الاوسط
* اذا كانت اشارة الاضطراد سالبة فالاشارتان مختلفتان وهما كبير مثل الاوسط

٦ $د(س) = س^3 + ٢س - ٢٧$

الحل

$س^2 + ٢س - ٢٧ = صفر$

$س^2 = ٢٧$

$س = -٣$

$ص(د) = ق(-٣)$

٧ $د(س) = -س^2 + ٩$

الحل

$ص(د) = \phi$

لانه مجموع اثنين لا يحلل

٨ $د(س) = ٧ - ٢س$

الحل

$ص(د) = \phi$

٩ $د(س) = صفر$

الحل

$ص(د) = ح$

١٠ $د(س) = س^2 - س^2 - ٥٦س$

الحل

$س^2 - س^2 - ٥٦س = صفر$

$س(س^2 - س - ٥٦) = صفر$

$س(س+٧)(س-٨) = صفر$

$س = ٠ ، س = -٧ ، س = ٨$

$ص(د) = ق(٠، -٧، ٨)$

١١ $د(س) = ٢س^2 - ٥س - ١٢$

الحل

$٢س^2 - ٥س - ١٢ = صفر$

$(٢س+٣)(س-٤) = صفر$

$س = -\frac{٣}{٢} ، س = ٤$

$ص(د) = ق(-\frac{٣}{٢}، ٤)$

١٢ $د(س) = س^2 + س + ١٠$

الحل

لا يحلل

$ص(د) = \phi$

(١٣) $د(س) = ٣س^{٣} + ١٩س^{٢} + ٢٨س$

الحل

$س(٢س^{٢} + ١٩س + ٢٨) = صفر$

$س(٢س + ٧)(س + ٤) = صفر$

$س = صفر$ ، $س = -\frac{٧}{٢}$ ، $س = -٤$

$ص(د) = \{٠ ، -\frac{٧}{٢} ، -٤\}$

---

(١٤) $د(س) = س^{٤} - ٢س^{٣} - ٤س^{٢} + ١٢س$

الحل

$س^{٣}(س - ٣) - ٤(س - ٣) = صفر$

$(س - ٣)(س^{٣} - ٤) = صفر$

$(س - ٣)(س - ٢)(س + ٢)(س^{٢} + ٤) = صفر$

$س = ٣$ ، $س = ٢$ ، $س = -٢$

$ص(د) = \{٣ ، ٢ ، -٢\}$

---

(١٥) $د(س) = ٥س^{٦} - ٥٠س^{٤} + ٤٥س^{٢}$

الحل

$٥س^{٢}(س^{٤} - ١٠س^{٢} + ٩) = صفر$

$٥س^{٢}(س^{٢} - ٩)(س^{٢} - ١) = صفر$

إما $٥س^{٢} = ٠$ | $س^{٢} = ٩$ | $س^{٢} = ١$

$س = ٠$ | $س = \pm ٣$ | $س = \pm ١$

$ص(د) = \{٠ ، \pm ٣ ، \pm ١\}$

$د^{٢} - ٤ا ص$ تحت عند طاولة

(١٦) اذا كانت
$د(س) = س^٢ - ٢س^٢ - ٧٥$
اثبت ان
٥ احد اصفار الدالة

الحل
بالتعويض
$د(٥) = ١٢٥ - ٥٠ - ٧٥$
$= صفر$
∴ ٥ احد اصفار الدالة

(١٧) اذا كانت
مجموعة اصفار الدالة
$د(س) = س^٢ + ل$
هى $\{٤، -٤\}$
اوجد ل

الحل
$د(٤) = صفر$
$١٦ + ل = صفر$
∴ ل = -١٦

قد كان قوم وما مات
صار مرهم
وعاش قوم وهم في الناس أموات

(١٨) اذا كانت
مجموعة اصفار الدالة
$د(س) = أ س^٣ + ب س + ١٥$
هى $\{٣، ٥، ٢\}$ احد اوجد
قيمة كل من أ، ب

الحل
$د(٢) = صفر$
$٨أ + ٢ب + ١٥ = صفر$
$٤أ + ب = -٥$ ← (١)

$د(٥) = صفر$
$١٢٥أ + ٥ب + ١٥ = صفر$
$٢٥أ + ب = -٣$ ← (٢)
بضرب (٢) × -١
$-٢٥أ - ب = ٣$ ← (٣)

بجمع (١)، (٣)
$-٢١أ = -٢$
$أ = \frac{٢}{٢١}$

بالتعويض في (١)
$\frac{٨}{٢١} + ب = -٥$
$ب = -٥ - \frac{٨}{٢١}$
$ب = -\frac{١١٣}{٢١}$

مجال الكسر الجبرى

الدالة الكسرية

$$ن(س) = \frac{س^٥ - ٧}{س + ٣}$$

اى س الاى تصبح دالة كسرية

١ $د(س) = س^٢ - ٢س + ٥$

٣ $د(س) = ٧ - س + ٥$

٤ $د(س) = -٢$

الحل

١ كثيرة حدود

٣ دالة ضد كسرية

٢ كسرية $= \frac{١}{٢س}$

مجال الدالة

$د : س^٣ \longrightarrow ص$

مجال — مجال مقابل

هى قيم س الحقيقية التى تجعل المقام لا يساوى صفر

مثال ١

$$د(س) = \frac{س + ٥}{-٣س}$$

اوجد $د(٥)$ ، $د(-٥)$ ، $د(٣)$

$$د(٥) = \frac{٥ + ٥}{٢ - ٥} = \boxed{-٥}$$

$$د(-٥) = \frac{٥ + ٥-}{٢ - ٥-} = \boxed{صفر}$$

$د(٢) = \frac{١}{٠}$ ليس لها قيمة

او كمية غير معرفة

اى ان $د(٣)$ ليس لها وجود

مجال $د = ح - \{٣\}$

مجال الكسر الجبرى

$= ح -$ {اصفار المقام}

١ اوجد مجال

$$د(س) = \frac{س^٥ + ٢}{س^٢ - ٤}$$

الحل

$س^٢ - ٤ = ٠$

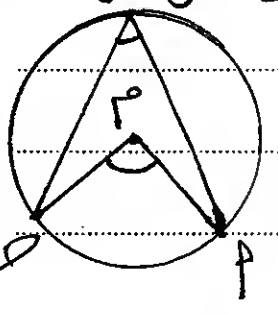
$س = \pm ٢$

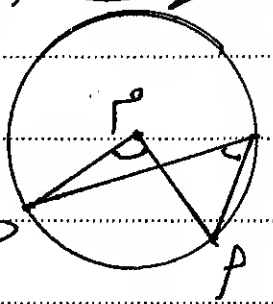
الحل $ح - \{\pm ٢\}$

العلاقة بين المحيطية والمركزية

نظرية ١

قياس الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

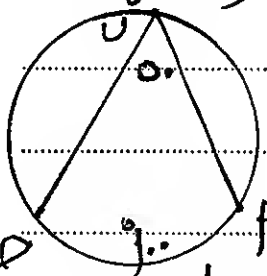




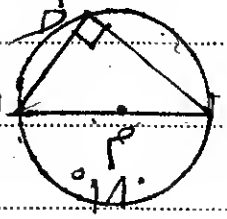
ق(ب) المحيطية = ½ ق(م)

نتيجة

① قياس الزاوية المحيطية تساوي نصف القوس المقابل لها



② قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ٩٠°



ق(ب) = ٩٠°

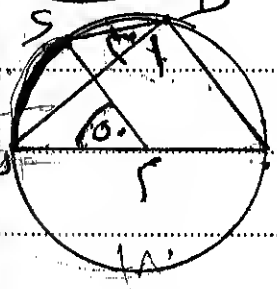
ملاحظة

★ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة ١٣٥°

★ قياس الزاوية المحيطية المقابلة لها تقابل قوساً يمثل ربع دائرة ٤٥°

★ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ثلث دائرة ١٢٠°

مثال ①



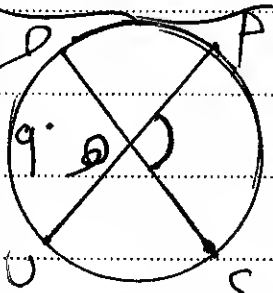
أ ب قطر في ⊙ جـ

∴ ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠° نتيجة ②

∴ ق(ع) = ٥٠°

ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠ + ٥٠ = ١١٠°

مثال ②



ق(هـ) = ½ ق[ب جـ + د أ]

[٤] $د(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٥س}$

المجال $= ح - \{٠، ٥\}$

[٥] $د(س) = \frac{س + ٢}{٨}$

المجال $= ح$

[٦] $د(س) = \frac{٥س - ٧}{س^٢ - ٥س + ١}$

المجال $= ح$ ← كل

[٧] $د(س) = \frac{س^٥}{٣٥س}$

المجال $= ح - \{٠\}$

[٨] $د(س) = \frac{س^٢ + ٢}{س^٣ - ٥س^٢}$

المجال $= ح - \{٠، ٥\}$

[٩] $د(س) = س^٢ - ١$

المجال $= ح$

كل الأعداد الحقيقية

[١] $د(س) = \frac{س + ٢}{(س - ٥)(س + ٥)}$

المجال $= ح - \{٥، -٥\}$

[٢] $د(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ + ٥}$

المجال $= ح$

[٣] $د(س) = \frac{س^٢ + ٥س + ٥}{|س^٢ - ٥س - ٤|}$

المجال $= ح - \{٤، -١\}$

[٤] $د(س) = \frac{س^٢ + ٨}{س^٢ + ٩}$

المجال $= ح$ ← كل

[٥] $د(س) = \frac{س + ٢}{٨}$

المجال $= ح$

مثال ٦

$$د(س) = \frac{س^٣ - ٥س + ٦}{س^٤ - ١٨}$$

الحل

$$د(س) = \frac{س^٣ - ٥س + ٦}{(س^٢ - ٩)(س^٢ + ٩)}$$

$س = \pm ٣$ ، $س = \pm ٢$ ← مرفوض

مثال ٧

$$د(س) = \frac{س + ١}{س^٣ - ٤س^٢ - ٤س}$$

الحل

$$د(س) = \frac{س + ١}{س(س^٢ - ٤س + ٤)}$$

$$د(س) = \frac{س + ١}{س(س - ٢)(س - ٢)}$$

الحل $ع = \{٠، ٢\}$

مثال ٨ إذا كان

$$د(س) = \frac{٢س + ١}{س^٢ - ٩س + ٩}$$

الحل $ع = \{٣\}$ ∴ $م = ١$

$صفر = ٩ + ٩م - ٩$

$٩م = ١٨$

$م = ٦$

أوجد أصفار الدالة

$$د(س) = \frac{س - ٥}{س + ٣}$$

الحل

$ص(د) = \{٥\}$

ملاحظاتها

أصفار الكسر الجبري = أصفار البسط ماعدا أصفار المقام

أوجد أصفار الدالة

$$د(س) = \frac{س^٢ - ٥س + ٦}{س^٢ - ٩}$$

الحل

$$د(س) = \frac{(س-٢)(س-٣)}{(س-٣)(س+٣)}$$

$$س \neq ٣ ، -٣$$

$$د(س) = ٠$$

$$\frac{س-٢}{س+٣} = ٠$$

$$س - ٢ = ٠$$

$$س = ٢$$

أوجد معادلة المماس

$$م_١ = هـ(٢) = \frac{٢-٢}{٢+٣} = ٠$$

$$ص - ص_١ = م_١ (س - س_١)$$

$$ص - ٠ = ٠ (س - ٢)$$

$$ص = ٠$$

أوجد معادلة العمودي

$$م_٢ = \frac{-١}{م_١} = \frac{-١}{٠}$$

$$س = ٢$$

مثال

أوجد معادلة المماس

$$\frac{س-٥}{س^٢-٩} ، \frac{س+٢}{س^٢-٢٧}$$

الحل

$$أ = \frac{س-٥}{س(س^٢-٩)}$$

$$م_١ = هـ(٠) = \frac{-٥}{٠} = \text{غير معرف}$$

$$ب = \frac{س+٢}{(س-٣)(س^٢+٣س+٩)}$$

$$م_٢ = هـ(٣) = \frac{٥}{٠} = \text{غير معرف}$$

أوجد معادلة العمودي

$$\frac{س-٣}{س^٢-٤} ، \frac{٢س-٥}{س^٢-٣س-٤}$$

الحل

$$م_١ = هـ(٢) = \frac{٢-٥}{٤-٣-٤} = \frac{-٣}{-٥} = \frac{٣}{٥}$$

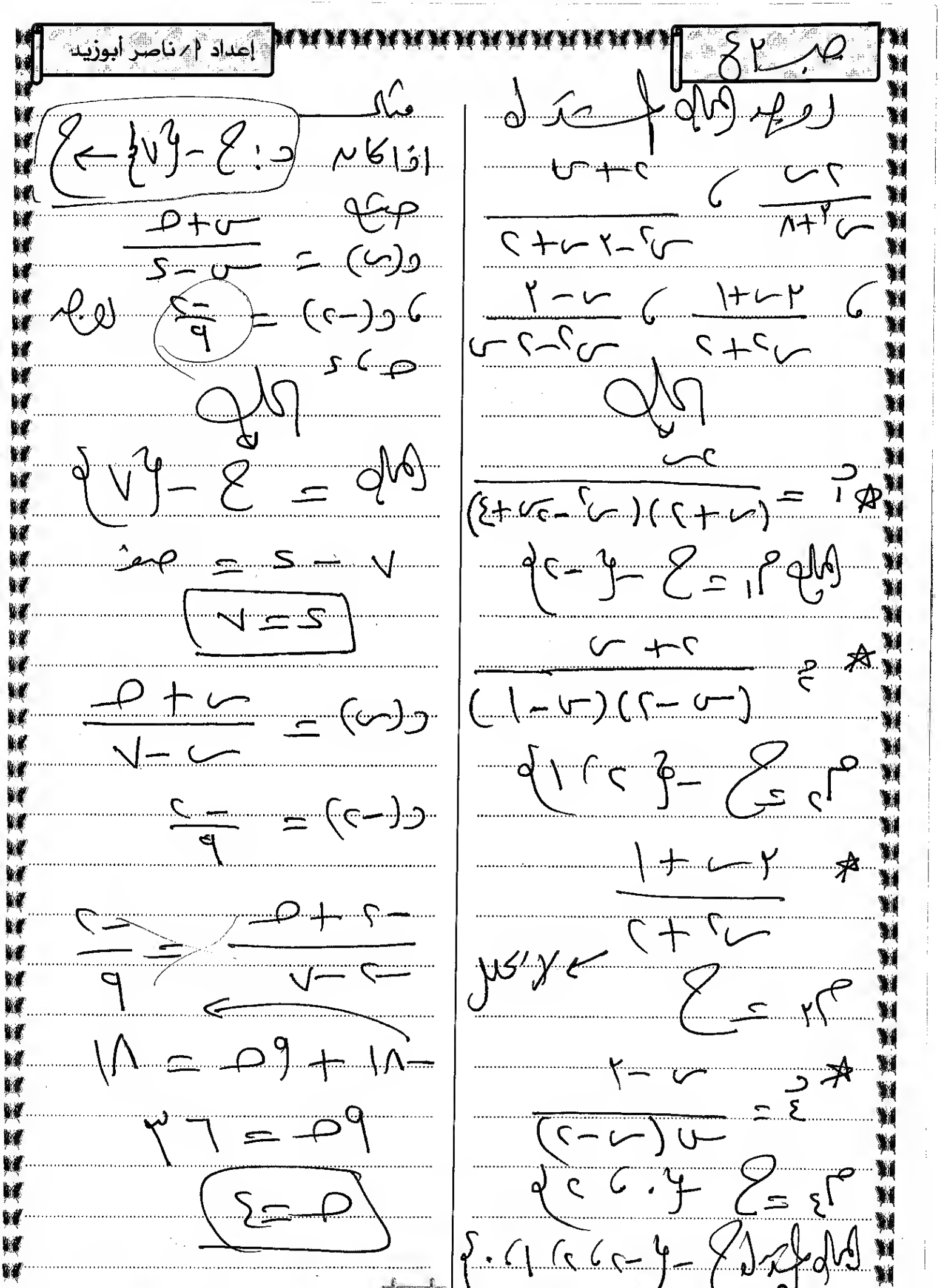
$$م_٢ = \frac{-١}{م_١} = \frac{-٥}{٣}$$

$$ص - ص_١ = م_٢ (س - س_١)$$

$$ص - ٠ = \frac{-٥}{٣}(س - ٢)$$

$$٣ص = -٥س + ١٠$$

$$٥س + ٣ص - ١٠ = ٠$$



الرياضيات الأساسية

تمارين عامة

اختصر ما يأتي:

١) $N(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٣ + ٣س^٢ + ٤س + ١٢}$

الحل

$\frac{(س-٣)(س+٣)}{(س+٣)(س^٢+٤)}$

ولما $س = -٣$ فإن

$N(س) = \frac{س-٣}{س^٢+٤}$

$N(٥) = \frac{٥-٣}{٥^٢+٤} = \frac{٢}{٢٩}$

★ $N(٥) = \frac{١}{٢}$

★ $د(-٣)$ غير موجودة

٢) $N(س) = \frac{١٢س^٤ - ٨س^٣}{٦س^٤ - ٤س^٥}$

الحل

$\frac{٤س^٣(٣-٢س)}{٢س^٣(٣-٢س)}$

ولما $س = ٠$ فإن $N(٠) = \frac{٤}{٢}$

$N(٠)$ غير موجودة

٣) $N(س) = \frac{س^٦ - ٦٤}{س^٤ + ٤س^٢ + ١٦}$

الحل

$\frac{(س^٣-٤)(س^٣+٤)}{(س^٢+٤)^٢ - ٤س^٢}$

$\frac{(س^٣-٤)(س^٣+٤)}{(س^٢+٤س+٤)(س^٢-٤س+٤)}$

ولما $س = ٢$ فإن

$N(س) = س^٢ - ٤$

شرط تساوي كثيرتين

★ مجال $N_١$ = مجال $N_٢$

★ $N_١(س) = N_٢(س)$

بعد الاختصار

تمارين عامة

$N(س) = ؟$

حل بالآلة

$N(٥) = ؟$

$N(٧) = ؟$

$N(٠)$ غير موجودة

٣) $N(س) = \frac{س^٦ - ٦٤}{س^٤ + ٤س^٢ + ١٦}$

الحل

$\frac{(س^٣-٤)(س^٣+٤)}{(س^٢+٤)^٢ - ٤س^٢}$

$\frac{(س^٣-٤)(س^٣+٤)}{(س^٢+٤س+٤)(س^٢-٤س+٤)}$

ولما $س = ٢$ فإن

$N(س) = س^٢ - ٤$

شرط تساوي كثيرتين

★ مجال $N_١$ = مجال $N_٢$

★ $N_١(س) = N_٢(س)$

بعد الاختصار

مثال ١ إذا كان $N_1 = N_2$ فأوجد $N_1(س)$ ، $N_2(س)$

$N_1(س) = \frac{س^2}{س+٧}$ ، $N_2(س) = \frac{س^2+٤س}{س^2+٨س+١٦}$

الحل

$N_1(س) = \frac{س^2}{(س+٤)^2}$ ← المقام $(س+٤)^2$ ← $(-٤، ٤)$

$N_1(س) = \frac{س}{س+٤}$

$N_2(س) = \frac{س(س+٤)}{(س+٤)(س+٤)}$ ← المقام $(س+٤)^2$ ← $(-٤، ٤)$

$N_2(س) = \frac{س}{س+٤}$

$N_1 = N_2$ ⟸ $م_1 = م_2$

مثال ٢ إذا كان $N_1(س) = N_2(س)$ حيث $N_1 = N_2$ جميع قيم س

(١) تنتمي للمجال N_1 ثم أوجد صورتها

$N_1(س) = \frac{س^2+٤س+٤}{س^2-٣س+٢}$ ، $N_2(س) = \frac{س^2-٣س-٧}{س^2-٩س+١٤}$

الحل

$N_1(س) = \frac{(س+٢)(س+١)}{(س-٢)(س-٢)}$ ← المقام $(س-٢)^2$ ← $م_1 = \{٢\}$ ← $(-\infty، ٢) \cup (٢، \infty)$

$N_1(س) = \frac{س+١}{س-٢}$

$N_2(س) = \frac{(س-٧)(س+١)}{(س-٧)(س-٢)}$ ← $م_2 = \{٧\}$ ← $(-\infty، ٧) \cup (٧، \infty)$

* $ن_{٢}(س) = \frac{س+١}{س-٢}$

$م_{١} \neq م_{٢} \Rightarrow ن_{١} \neq ن_{٢}$

$ن_{١}(٥) = \frac{٥+١}{٥-٢} = ٢$ ، $ن_{٢}(٥) = ٣$ ، $ن_{٢}(٧) = \frac{٨}{٥}$ ، $ن_{١}(٧) = ٢$ عند معاوضة

$\therefore ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ ، بالمثال استدل

$ع = \{٧ ، ٢ ، -٢\}$

مثال ٣ هل $ن_{١} = ن_{٢}$ حيث

$ن_{١}(س) = \frac{س^{٢}-٢س+٩}{س^{٢}-٢س-٢٧}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢}+٢س+٩}{س^{٢}-٢س-٢٧}$

الحل

* $ن_{١}(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س-٢)}$ ← $م_{١} = ع - \{٢\}$

$ن_{١}(س) = \frac{س}{س-٢}$

* $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢}+٢س+٩}{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٩)}$ ← $م_{٢} = ع - \{٢\}$

$ن_{٢}(س) = \frac{١}{س-٢}$

$م_{١} = م_{٢}$ ⟺ $ن_{١} \neq ن_{٢}$

دالة الصورة المرتبطة مختلف بعد الاختصار

مثال (٤) إذا كان $N_1 = N_2$ فأوجد $N_1(س)$ ، $N_2(س)$

$$N_1(س) = \frac{س^2+1}{س^3-س^2+س} \quad ، \quad N_2(س) = \frac{س^3+س^2+س+1}{س^2+س}$$

الحل

$$N_1(س) = \frac{(س+1)(س^2-س+1)}{س(س^2-س+1)}$$

$$N_1(س) = \frac{س+1}{س}$$

$$N_2(س) = \frac{س^2(س+1)+(س+1)}{س(س^2+1)}$$

$$= \frac{(س+1)(س^2+1)}{س(س^2+1)}$$

$$= \frac{س+1}{س}$$

$$\therefore N_1(س) = N_2(س) \quad ، \quad م_1 = م_2$$

للتفوق فقط اختبر $\frac{(2س+5)^2-(1-2س)^2}{8+2س}$ في أبسط صورة

ثم أوجد قيمة $س$ التي تجعل $N(س) = 4$

الحل

$$N(س) = \frac{(5+2س+1-2س)(5+2س-1+2س)}{2(4+س)}$$

$$= \frac{6(4س+4)}{2(4+س)}$$

$$= \frac{12(س+1)}{(4+س)}$$

$$\therefore \frac{12(س+1)}{(4+س)} = 4$$

$$3(س+1) = 4+س$$

$$3س+3 = 4+س$$

$$2س = 1$$

$$س = \frac{1}{2}$$

$$N(س) = \frac{س+2}{2}$$

$$\therefore \frac{س+2}{2} = 4$$

$$س+2 = 8$$

$$س = 6$$

$$N(س) = 4$$

$$\therefore (س+2)^2 = 16$$

$$س+2 = \pm 4$$

$$س = 2 \quad أو \quad س = -6$$

جمع وطرح الكسور

★ تعلم أن $\frac{٢}{٥} + \frac{٤}{٥} = \frac{٦}{٥}$

★ $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} = \frac{٤+٥}{٦} = \frac{٩}{٦}$

اختصر لأبسط صورة

[١] $ن(س) = \frac{س-٣}{س^٢-س-٦} + \frac{س^٢-س}{١-س^٢}$

$= \frac{س-٣}{(س-٣)(س+٢)} + \frac{س(س-١)}{(س+١)(س-١)}$

$= \frac{١}{س+٢} + \frac{س}{س+١}$

$= \frac{١+س}{س+٢}$

∴ $ن(س) =$ [١]

---

[٢] $ن(س) = \frac{س^٢-س+٤}{س^٢+٢س+٨} + \frac{١-س^٢}{س^٢+س-٢}$

$= \frac{س^٢-س+٤}{(س+٢)(س^٢-٢س+٤)} + \frac{(س+١)(س-١)}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{١}{س+٢} + \frac{س+١}{س+٢}$

$= \frac{س+٢}{س+٢} =$ [١]

★ $ن(٠) = ١$ ، $ن(١) = ١$ ، $ن(٥) = ١$ على صورة واحدة

مثال (٢) $م(س) = \frac{٢س + ٦}{٢س^{٢} - ١٥س + ١٨} + \frac{س - ٥}{١٠ - ١٢س + ٢س^{٢}}$

الحل

$م(س) = \frac{٢(س+٣)}{(٢س-٦)(س-٣)} + \frac{س-٥}{(٢س-٢)(س-٥)}$

$\therefore$ المجال $= ح - \{\frac{٦}{٢}، ٣، ٥\}$

$م(س) = \frac{٢س + ٦ + س - ٥}{(٢س-٢)(س-٣)}$

$= \frac{٣س}{(٢س-٢)(س-٣)}$

مثال (٤) $م(س) = \frac{٢س + ١٥}{٤ + ٧س + ١٠س^{٢}} + \frac{٢س^{٢} - ٢س - ٤}{٤ - س^{٢}}$

الحل

$م(س) = \frac{٢(س+٥)}{(س+٤)(٥+٢س)} + \frac{(٢س+١)(س-٢)}{(٢-س)(٢+س)}$

$\therefore$ المجال $= ح - \{-٢، -\frac{٥}{٢}، ٢\}$

$م(س) = \frac{٣}{٢+س} + \frac{٢س+١}{٢+س}$

$م(س) = \frac{٢س+٤}{٢+س} = \frac{٢(٢+س)}{٢+س}$

$م(س) = ٢$

مثال ٩ $م(س) = \frac{س+٤}{س^٢+س-١٢} - \frac{١}{س^٢-س+٦}$

الحل

$م(س) = \frac{س+٤}{(س-٢)(س+٤)} - \frac{١}{(س-٢)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{١}{س-٣} - \frac{١}{(س-٢)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{س-٢-١}{(س-٢)(س-٣)} = \frac{س-٣}{(س-٢)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{١}{س-٢}$

مثال ١٠ $م(س) = \frac{٢س-١٥}{س^٢-٨س+١٥} - \frac{س^٢-٢س-١٨}{٩-س^٢}$

الحل

$م(س) = \frac{٢(س-٥)}{(س-٣)(س-٥)} + \frac{س^٢-٢س-١٨}{س^٢-٩}$

$م(س) = \frac{٢(س-٥)}{(س-٣)(س-٥)} + \frac{(س-٦)(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)}$

$م(س) = \frac{٢}{س-٣} + \frac{س-٦}{س-٣}$

$م(س) = \frac{٢+س-٦}{س-٣} = \frac{س-٣}{س-٣} = ١$

مثال (٧) $م(س) = \frac{٢س - ٤}{(س+١)(س-٥)(س-٢)}$

الحل

$$م(س) = \frac{٢س - ٤}{(س+١)(س-٥)(س-٢)}$$

$$= \frac{٢س - ٤}{(س+١)(س-٥)(س-٢)}$$

$$= \frac{٢س - ٤}{(س+١)(س-٥)(س-٢)}$$

$$= \frac{١}{س+١} - \frac{٢س - ٤}{(س+١)(س-٥)}$$

$$= \frac{س+١ - ٢س + ٤}{(س+١)(س-٥)}$$

$$= \frac{-س + ٥}{(س+١)(س-٥)}$$

$$= \frac{-(س-٥)}{(س+١)(س-٥)}$$

$$= \frac{-١}{س+١}$$

مثال (١) $م(س) = س + ٣ - \frac{س^٢}{س - ٣}$

الحل

$$م(س) = \frac{(س+٣)(س-٣) - س^٢}{س-٣}$$

$$= \frac{س^٢ - ٩ - س^٢}{س-٣}$$

$$= \frac{-٩}{س-٣}$$

مثال ٥ $م(س) = \frac{س^2 - ٤}{س^2 + س - ٢} + \frac{٥ - ١٠س}{٢س - ١ - ٢س^2}$

الحل

$م(س) = \frac{س^2 - ٤}{(س+٢)(س-١)} + \frac{٥ - ١٠س}{-(٢س^2 - س - ١)}$

$= \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+٢)(س-١)} + \frac{٥(١ - ٢س)}{(٢س+١)(س-١)}$

$= \frac{س-٢}{س-١} + \frac{٥}{س-١}$

$م(س) = \frac{س+٣}{س-١}$

مثال ٦ $م(س) = \frac{س^3 - ٢س^2 + ٣س}{س^2 + س - ٢} - \frac{٤ - س^2}{س^2 + س - ٢}$

حل المعادلة $م(س) = ٠$

الحل

$م(س) = \frac{س^2 - ٢س + ٣}{(س+٢)(س-١)} + \frac{س^2 - ٤}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س(س^2 - ٢س + ٣)}{س(س-١)(س+٢)} + \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س}{س-١} + \frac{س-٢}{س-١}$

$م(س) = \frac{٢س - ٢}{س-١}$

$م(س) = ٠ \Leftarrow \frac{٢س - ٢}{س-١} = ٠$

$\therefore ٢س - ٢ = ٠$ ، $س - ١ \neq ٠$

$\therefore س = ١$

ضرب وقسمة الكسور

المقدار الجبري

$\frac{س-٥}{س-٢}$ هو $\frac{٥-س}{٢-س}$ أو

$-\frac{س-٥}{٢-س}$ أو $\frac{-س+٥}{٢-س}$

أو $\frac{س-٥}{س-٢}$ أو $\frac{٥-س}{٢+س}$

ملاحظة

مجال الكسر الجبري يساوي

مجال مقدار س الجبري

المقدار س العددي

$\frac{٣}{٥}$ م $\neq$ صفر $\frac{٥}{٣}$

$س-٥$ م $\neq$ صفر $\frac{١}{٥-س}$

$\frac{س-٢}{٥س}$ م $\neq$ صفر $\frac{٥س}{٣-س}$

مثال ١

أوجد مجال الكسر $\frac{س-٥}{س-٢}$

الحل

المقام $\neq$ صفر

$س-٢ \neq$ صفر

$س \neq ٢$

مجال $ن(س) = ح - \{٢\}$

مثال ٢

أوجد مجال $ن(س) = \frac{٢س-١٠}{س-٢}$

الحل

المقام $\neq$ صفر

$س-٢ \neq$ صفر

$س \neq ٢$

مجال $ن(س) = ح - \{٢\}$

مثال ٣

إذا كان $ن(س) = \frac{س-٥}{س+٢}$

فأوجد مجال $ن^{-١}(س)$

ثم أوجد $ن^{-١}(٤)$، $ن^{-١}(٥)$

الحل

$ن^{-١}(س) = \frac{س+٢}{س-٥}$

مجال $ن^{-١} = ح - \{٥-\}$

$ن^{-١}(٤) = \frac{٤+٢}{٤-٥} = \frac{٦}{-١} = -٦$

$ن^{-١}(٥)$ غير موجودة

عندما لم يعجب الصيف فوقه أكياك عاش طول الدهر بين الخضر

اختصر ما يأتي:

[١] $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٤}{س^2 - ١} \times \frac{س^2 - س}{س^2 + ٢س}$

$= \frac{(س - ٤)(س + ١)}{(س - ١)(س + ١)} \times \frac{س(س - ١)}{س(س + ٢)}$

$= \frac{س - ٤}{س + ٢}$

[٢] $ن(س) = \frac{س^2 - ٨}{س^2 + ٢س - ١٠} \times \frac{٢س + ٦}{س^2 + ٢س + ٤}$

$= \frac{(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)}{(س + ٥)(س - ٢)} \times \frac{٢(س + ٣)}{س^2 + ٢س + ٤}$

$= \frac{٢(س + ٣)}{س + ٥}$

[٣] $ن(س) = \frac{٥س^2 - ٢٠}{س^2 - ٢س - ٨} \times \frac{٥س^2 + ١٥س + ٤٥}{س + ١}$

$= \frac{٥(س^2 - ٤)}{(س - ٤)(س + ٢)} \times \frac{٥(س^2 + ٢س + ٩)}{س + ١}$

$$م(س) = \frac{(س-٢)(س+١)}{(س-٥)(س^٢+٢س+٩)} \times \frac{(س^٢+٢س+٩)٥}{س+١}$$

$$م(س) = \boxed{٥}$$

ع) $$م(س) = \frac{س^٢-١٢س+٢٦}{س^٢-٦س+١٣} \times \frac{٤س+٤٢}{٢٦-س^٢}$$

$$= \frac{(س-٦)(س-٦)}{س(س-٦)} \times \frac{٤(س+٦)}{(٦-س)(٦+س)}$$

$$= \frac{-٤}{س}$$

$$م(س) = \boxed{\frac{-٤}{س}}$$

الحل

$$\frac{ب}{ا} \div \frac{د}{ج} = \frac{ب}{ا} \times \frac{ج}{د}$$

مثال ٥) $$م(س) = \frac{س^٢-س-١٥}{٩-س^٢} \div \frac{س^٢-١٠}{-س^٣-٦س^٢+٩س}$$

$$= \frac{س^٢-س-١٥}{٩-س^٢} \times \frac{-س^٣-٦س^٢+٩س}{س^٢-١٠}$$

$$= \frac{(٥-س)(٣+س)}{(٣-س)(٣+س)} \times \frac{س(٣-س)(٣+س)}{(٥-س)^٢}$$

$$= \frac{س}{٢}$$

$$م(س) = \boxed{\frac{س}{٢}}$$

مثال ① $ن(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - س - 6} \div \frac{س^2 - 2س}{ع^2 - 9}$

$= \frac{س^2 - 2س}{س^2 - س - 6} \times \frac{ع^2 - 9}{س^2 - 2س}$

$= \frac{س(س-2)}{(س-3)(س+2)} \times \frac{(ع-3)(ع+3)}{س(س-2)}$

$= \frac{ع+3}{س+2}$ حيث $ع = ص^{\frac{1}{2}}$

$ن(س) = \frac{ص^{\frac{1}{2}} + 3}{ص^{\frac{1}{2}} + 2}$

مثال ② $ن(س) = \frac{س - 2}{س^2 - 2س} \div \frac{س^2 - 4}{س^2 - 2س}$

$= \frac{س - 2}{س^2 - 2س} \times \frac{س^2 - 2س}{(س-2)(س+2)}$

$= \frac{س - 2}{(س-2)(س+2)}$

$= \frac{1}{س+2}$ حيث $س = ص^{\frac{1}{2}}$

$ن(س) = \frac{1}{ص^{\frac{1}{2}} + 2}$

ملاحظة: لكسر اكبر أو مقلوب لبعضه = 1

مثال ٤ إذا كان $N(س) = \frac{س^2 + ٢ص^2 + ٢س}{س^2 + ٢س}$

أوجد $N'(س)$ ثم أوجد صورة $ص$ أوجد $N'(-٢)$

$$N'(س) = \frac{(س^2 + ٢س)(٢س + ٢ص + ٢) - (س^2 + ٢ص^2 + ٢س)(٢س + ٢)}{(س^2 + ٢س)^2}$$

$$N'(س) = \frac{س(س+٢)(٢س + ٢ص + ٢) - (س^2 + ٢ص^2 + ٢س)(٢س + ٢)}{س^2(س+٢)^2}$$

$$N'(س) = \frac{(س+٢)(٢س + ٢ص + ٢) - (س^2 + ٢ص^2 + ٢س)(٢س + ٢)}{س(س+٢)^2}$$

$$N'(-٢) = \frac{(-٢+٢)(-٤ + ٢ص + ٢) - (٤ + ٢ص^2 - ٤)(-٤ + ٢)}{-٢(-٢+٢)^2}$$

$$N'(-٢) = \frac{٠ - (٢ص^2)(-٦)}{٠} = \text{غير موجودة}$$

$$N'(س) = \frac{١}{س + ١}$$

$$N'(٤) = \frac{١}{٤ + ١} = \frac{١}{٥}$$

$$N(٤) - N(٠) = ٢٢ - ١ = ٢١$$

مثال ٥ إذا كان $N(س) = \frac{س^3 - ٢س^2 - ١٥}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 - ٢٥}{س^2 - ٢س}$

أوجد $N'(٢)$

$$N(س) = \frac{(س-٥)(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{س(س-٢)}{(س-٥)(س+٥)}$$

$$N(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٣)(س+٥)}$$

$$N'(س) = \frac{(س-٣)(س+٥)(٢س-٢) - س(س-٢)(٢س+٢)}{(س-٣)^2(س+٥)^2}$$

$$N'(٢) = \frac{(-١)(٧)(٢) - ٢(٠)(٦)}{(-١)^2(٧)^2} = \frac{-١٤}{٤٩}$$

مثال ٦ المتفوقين

إذا كان المقدار س الجزئي للكسر $N(س) = \frac{س^3 + ٢س^2}{س^3 - ٢س^2 + ب}$

هو $\frac{س}{س - ٤}$ فأوجد ب

$$\frac{س^3 + ٢س^2}{س^3 - ٢س^2 + ب} = \frac{س}{س - ٤}$$

$$\frac{س^3 + ٢س^2}{س^3 - ٢س^2 + ب} = \frac{س(س+٢)}{(س-٤)(س+٢)}$$

$$\frac{س^3 + ٢س^2}{س^3 - ٢س^2 + ب} = \frac{س}{س-٤}$$

$$ب = ٤ \times ٢ \quad \therefore ب = ٨$$

الاحتمالات

★ ٠ ≤ ل(أ) ≤ ١
★ الاحتمال ∈ [٠، ١]
★ احتمال الحدث المستحيل = صفر
★ احتمال الحدث المؤكد = ١
★ ل(أ) = ن(أ) / ن(ف)
★ أ ، ب متنافيتان ⇐ أ ∩ ب = ∅ ⇐ ل(أ ∩ ب) = صفر
★ أ ⊂ ب ⇐ أ ∩ ب = أ ، أ ∪ ب = ب
★ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
★ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)
★ ل(أ') = ١ − ل(أ)

★ احتمال نجاح طالب ، احتمال رسوبه ؟

مثال ①
صندوق به ١٥ بطاقة مرقمة من ١ ← ١٥
سحبت بطاقة عشوائيًا
أوجد احتمال أن تكون البطاقة
١ عدد أولي
٢ عدد يقبل القسمة على ٥
٣ عدد مربع كامل
٤ عدد يقبل القسمة على ٣ أو ٥

الحل
ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥}
١ أ = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣} ⇐ ل(أ) = ٦/١٥ = ٢/٥
٢ ب = {٥، ١٠، ١٥} ⇐ ل(ب) = ٣/١٥ = ١/٥
٣ ج = {١، ٤، ٩} ⇐ ل(ج) = ٣/١٥ = ١/٥

ع صدق مستقيل

احتمال = صفر

مثال ١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان

ل(أ) = ٦٠ ، ل(ب) = ٢٠

وكان ل(أ ∪ ب) = ٧٠

أوجد احتمال

* ل(أ ∩ ب)

* ل(أ − ب)

الحل

* ل(أ ∩ ب)

= ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

= ٦٠ + ٢٠ − ٧٠

∴ ل(أ ∩ ب) = ١٠ ✓

* ل(أ − ب)

= ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= ٦٠ − ١٠

∴ ل(أ − ب) = ٥٠ ✓

مثال ٢ إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة وكان

ل(ب) = $\frac{1}{12}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{1}{3}$ أوجد

ل(أ) إذا كان

* أ ، ب متنافيين

* ب ⊂ أ

الحل

* كان الأول

ل(أ ∩ ب) = صفر

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

$\frac{1}{3}$ = ل(أ) + $\frac{1}{12}$

∴ ل(أ) = $\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

ل(أ) = $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$ ✓

* كان الثاني ⑤

ب ⊂ أ

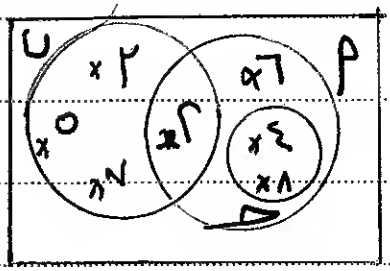
∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ)

∴ ل(أ) = $\frac{1}{3}$ ✓

سبحان الله العظيم

سبحان الله وبحمده

ف



من الشكل

١) ل(م ∪ ن)

٢) ل(م ∩ ن)

٣) ل(م − ن)

٤) ل(ع − م)

٥) ل(ع ∩ ن)

٦) ل(ع ∪ ن)

٧) ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

الحل

١) ل(م ∪ ن) = ل(ف)

= ١

٢) ل(م ∩ ن) = $\frac{١}{٧}$

٣) ل(م − ن) = $\frac{٢}{٧}$

٤) ل(ع − م) = صفر

٥) ل(ع ∩ ن) = صفر

٦) ل(ع ∪ ن) = $\frac{٦}{٧}$

٧) ل(م ∪ ن) = ١

* حدث وقوع م أو ن هو ل(م ∪ ن)

* " " م و ن هو ل(م ∩ ن)

مثال ٤ كيس يحتوي على ٢٥ كرة متماثلة منها ٤ صفراء، ٧ حمراء والباقي أسود فإذا سحبت كرة عشوائياً أوجد احتمال أن تكون

١) سوداء ٢) صفراء

٣) ليست صفراء

٤) صفراء أو سوداء

الحل

عدد كرات السوداء = ٢٥ − ١١ = ١٤

١) احتمال سوداء = $\frac{١٤}{٢٥}$

٢) احتمال صفراء = صفر

٣) احتمال ليست صفراء = $\frac{٢١}{٢٥}$

٤) احتمال صفراء أو سوداء = $\frac{١٨}{٢٥}$

★ عدد وموقع م أوب

ⓐ الأكل = ل(ن ∪ ن)

العدد الموقع للكرة

= احتمال الكرة × العدد الكلي

صندوق به ٥ كرات حمراء والباقي أصفر فإذا كانت احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{1}{4}$ أوجد عدد الكرات الصفراء

الحل

$\frac{1}{4}$ الكرات هو ٥

∴ عدد الكرات هو ؟

∴ عدد الكرات الصفراء

= ١٥

إذا كانت احتمال سقوط عربة بمباراة ٠,٦ واحتمال تعادله ٠,٢ ولعب الفريق ٣٠ مباراة أوجد

① عدد المباريات التي

العقود بكم

② عدد المباريات التي فاز بها الفريق

الحل

① عدد مباريات العقود

= ٠,٦ × ٣٠

= ١٨ مباراة

② احتمال الخاسرة أو التعادل = ١ - ٠,٢ = ٠,٨

∴ عدد مباريات الخاسرة أو التعادل

= ١ - ٠,٢ = ٠,٨ = ٣

★ مضاعف العدد ٥

هو {٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ...}

★ عدد أولية

= {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٢، ١٧، ١٩، ٢٦، ٢٩، ٢١، ...}

★ عربيا وقبل القسمة على ٥

{١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٣٥، ...}

ثانيا : تساوى كسرين جبريين

اوجد مجال كل من الدوال الآتية

$$م_1(س) = \frac{س^2 + 2س + 6}{س^2 - 9}$$

المجال $= ح - \{\pm 3\}$

$$م_2(س) = \frac{س + 2}{(س - 3)(س + 3)}$$

المجال $= ح - \{\pm 3\}$

$$م_3(س) = \frac{س}{س - 3}$$

المجال $= [3, \infty)$

المجال $= \emptyset$

تدريب

إذا كان $م_1 = م_2$ أوجد قيمة $أ$

$$م_1(س) = \frac{س^3 + 4س}{س^2 - 16}$$

$$م_2(س) = \frac{س^2 + أس}{س^3 - 3س^2 - 4س}$$

المجال $= ح - \{-4, 4\}$

المجال $= ح - \{-1, 0, 4\}$

$$\frac{س(س^2 + 4)}{(س - 4)(س + 4)} = \frac{س(س + أ)}{س(س - 4)(س + 1)}$$

$$\frac{س^2 + 4}{س + 4} = \frac{س + أ}{(س - 4)(س + 1)}$$

$$(س^2 + 4)(س - 4)(س + 1) = (س + أ)(س + 4)$$

$$(س^2 + 4)(س^2 - 3س - 4) = س^2 + (أ + 4)س + 4أ$$

$$س^4 - 3س^3 - 4س^2 + 4س^2 - 12س - 16 = س^2 + (أ + 4)س + 4أ$$

$$س^4 - 3س^3 - س^2 - 12س - 16 = س^2 + (أ + 4)س + 4أ$$

بمساواة معاملات الحدود المتشابهة

$$-12 = أ + 4 \Rightarrow أ = -16$$

$$-16 = 4أ \Rightarrow أ = -4$$

$$-1 = 1 \quad \text{(غير صحيحة)}$$

$$-3 = 0 \quad \text{(غير صحيحة)}$$

$$-4 = أ \quad \text{(غير صحيحة)}$$

$$0 = أ \quad \text{(غير صحيحة)}$$

$\therefore$ لا توجد قيمة لـ $أ$ تجعل $م_1 = م_2$

مثال (هام) $م_1 = م_2$ إذا

* مجال $م_1$ = مجال $م_2$

* $م_1(س) = م_2(س)$

بعد اختبار كل من المجالات الآتية

[1] أثبت أن $م_1 = م_2$ حيث

$$م_1(س) = \frac{س^3 + 4س}{س^2 - 16}$$

المجال $= ح - \{-4, 4\}$

$$م_2(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^3 - 4س^2 - 3س + 4}$$

المجال $= ح - \{-4, 1, 4\}$

$$م_1(س) = \frac{س(س^2 + 4)}{(س - 4)(س + 4)}$$

$$م_2(س) = \frac{س(س + 2)}{(س - 4)(س^2 - 1)}$$

$$= \frac{س(س + 2)}{(س - 4)(س - 1)(س + 1)}$$

$$= \frac{س^2 + 4}{(س + 4)(س - 1)}$$

$$= \frac{س^2 + 4}{س^2 + 3س - 4}$$

$\therefore م_1 = م_2$

[2] أثبت أن الدالتين $م_1$ ، $م_2$ متساويتان حيث

$$م_1(س) = \frac{س^3 - 16س}{س^2 + 8س + 16}$$

$$م_2(س) = \frac{2س^2 - 9س + 4}{س^2 - 7س + 12}$$

المجال $= ح - \{-4\}$

المجال $= ح - \{3, 4\}$

$$م_1(س) = \frac{س(س^2 - 16)}{(س + 4)^2}$$

$$= \frac{س(س - 4)(س + 4)}{(س + 4)^2}$$

$$= \frac{س(س - 4)}{س + 4}$$

$$م_2(س) = \frac{(2س - 1)(س - 4)}{(س - 4)(س - 3)}$$

$$= \frac{2س - 1}{س - 3}$$

$$م_1(س) = \frac{س^2 - 4س}{س + 4}$$

$$م_2(س) = \frac{2س^2 - 9س + 4}{س^2 - 7س + 12}$$

$$= \frac{(2س - 1)(س - 4)}{(س - 4)(س - 3)}$$

$$= \frac{2س - 1}{س - 3}$$

$\therefore م_1 = م_2$

$$ن_{٢}(س) = \frac{س-٤}{س+٤}$$

$$م_{١} \neq م_{٢} \Rightarrow ن_{١} \neq ن_{٢}$$

$$\text{ومنها } ن_{١} = ن_{٢} \text{ من أول الحل}$$

$$\text{ومنها } ن_{١} = ن_{٢} \text{ من أول الحل}$$

٣ حل $ن_{١} = ن_{٢}$ ومنها

$$ن_{١}(س) = \frac{٢س+١}{س^{٢}-س+٢}$$

$$ن_{٢}(س) = \frac{٣س^{٢}+٤س+٤}{٢س^{٢}+٤س}$$

$$ن_{١}(س) = \frac{(س+١)(س^{٢}-س+١)}{س(س^{٢}-س+١)}$$

$$م_{١} = ٤ - ٠ = ٤$$

$$ن_{١}(س) = \frac{س+١}{س}$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{س^{٤}(س+١)+٤(س+١)}{س(س^{٢}+٤)}$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{(س+١)(س^{٢}+٤)}{س(س^{٢}+٤)}$$

$$\text{ومنها } ٤ - ٠ \text{ ومنها}$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{س+١}{س}$$

$$\therefore ن_{١} = ن_{٣}$$

٤ إذا كانت $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢}-٤}{س^{٢}+س-٦}$

$$ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢}-٤س-٦س}{س^{٢}-٩س}$$

$$ن_{١}(س) = ن_{٢}(س) \text{ لجميع قيم } س$$

ما عدا $س = ٠$ لأن المقام يساوي صفر

$$ن_{١}(س) = \frac{(س-٢)(س+٣)}{(س+٣)(س-٣)}$$

$$م_{١} = ٤ - ٠ = ٤$$

$$ن_{١}(س) = \frac{س+٢}{س+٣}$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{س(س^{٢}-س-٦)}{س(س^{٢}-٩)}$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{س(س-٣)(س+٢)}{س(س-٣)(س+٣)}$$

$$م_{٣} = ٤ - ٠ = ٤$$

$$ن_{٣}(س) = \frac{س+٢}{س+٣}$$

$$م_{١} \neq م_{٣} \Rightarrow ن_{١} \neq ن_{٣}$$

$$\therefore \text{المجال المشترك الذي تتساوى عليه الدالتان هو } ح - \{-٣، ٠، ٣\}$$

* أكمل: مجال المقلوب الجمعي للكسر الجبري $\frac{س-٥}{س+٣}$ هو مجال المقلوب الجمعي للكسر

$\frac{س-٥}{س+٣}$ أو $\frac{٥-س}{٣+س}$ أو $\frac{س-٥}{-س-٣}$

مجال المقلوب الجمعي = مجال المقلوب الجمعي

---

٥) $ن(س) = \frac{٢س+١٠}{س^٢+٧س+١٠} - \frac{س-١}{س^٢+٣س-٤}$

$= \frac{٢(س+٥)}{(س+٥)(س+٢)} - \frac{س-١}{(س+٤)(س-١)}$

المجال $= ح - \{-٥، -٤، ١\}$

$= \frac{٢}{س+٢} - \frac{١}{س+٤} = \frac{٢س+٨-س-٢}{س+٢} = \frac{س+٦}{س+٢}$

---

٦) $ن(س) = \frac{س+٥}{س^٢+٣س-١٠} - \frac{س-١}{س^٢-س-٢}$

المجال

$ن(س) = \frac{س+٥}{(س+٥)(س-٢)} - \frac{س-١}{(س-٢)(س+١)}$

المجال $= ح - \{-٥، -١، ٢\}$

$ن(س) = \frac{١}{س-٢} - \frac{س-١}{(س-٢)(س+١)}$

$ن(س) = \frac{س+١-س+١}{(س-٢)(س+١)} = \frac{٢}{(س-٢)(س+١)}$

$ن(س) = \frac{(س-٢)}{(س-٢)(س+١)} = \frac{-١}{س+١}$

(٣) $N(س) = \frac{٥س^٢ + ١٠س}{س^٢ - ٤} + \frac{١س - ٣٠}{س^٢ - س - ٦}$

المقام $= (س-٢)(س+٢)$ ، $(س-٣)(س+٢)$

$N(س) = \frac{٥س(س+٢)}{(س-٢)(س+٢)} + \frac{١٠(س-٣)}{(س-٣)(س+٢)}$

$= \frac{٥س}{س-٢} + \frac{١٠}{س+٢}$

$N(س) = \frac{٥س(س+٢) + ١٠(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)} = \frac{٥س^٢ + ١٠س + ١٠س - ٢٠}{س^٢ - ٤}$

$\therefore N(س) = \frac{٥س^٢ + ٢٠س - ٢٠}{س^٢ - ٤}$

---

(٤) $N(س) = \frac{١}{س^٢ + ١١س + ٣٠} + \frac{١}{س^٢ + ١٢س + ٤٤}$

المقام $= (س+٥)(س+٦)$ ، $(س+٤)(س+٧)$

$N(س) = \frac{١}{(س+٥)(س+٦)} + \frac{١}{(س+٤)(س+٧)}$

$= \frac{س+٧ + س+٥}{(س+٥)(س+٦)(س+٤)(س+٧)}$

$N(س) = \frac{٢س+١٢}{\text{المقام}} = \frac{٢(س+٦)}{(س+٥)(س+٦)(س+٤)(س+٧)}$

$N(س) = \frac{٢}{(س+٤)(س+٥)(س+٧)}$

٧

$$ن(س) = \frac{٢س - ٢}{٢س^{٢} + س - ١} + \frac{٤ - ٣س}{٢س^{٢} - ٣س - ٥}$$

المقام

$$ن(س) = \frac{٢س - ٢}{(٢س - ١)(س + ١)} - \frac{٣س - ٤}{(٢س - ٥)(س + ١)}$$

$$= \frac{٢}{٢س - ١} - \frac{٣س - ٤}{(٢س - ٥)(س + ١)}$$

$$= \frac{٢س - ٥ - ٣س + ٤}{(٢س - ٥)(س + ١)} = \frac{-س - ١}{(٢س - ٥)(س + ١)}$$

$$ن(س) = \frac{-(س + ١)}{(٢س - ٥)(س + ١)} = \boxed{\frac{-١}{٢س - ٥}}$$

٨

$$ن(س) = \frac{س - ٥}{٢س^{٢} - ١٢س + ١٥} - \frac{٣ + س}{٢س^{٢} - ١٥س + ١٨}$$

المقام

$$ن(س) = \frac{س - ٥}{(٢س - ٥)(س - ٣)} - \frac{٣ + س}{(٢س - ٣)(س - ٦)}$$

$$= \frac{١}{٢س - ٣} - \frac{٣ + س}{(٢س - ٣)(س - ٦)}$$

$$= \frac{س - ٦ - ٣ - س}{(٢س - ٣)(س - ٦)} = \frac{-٩}{(٢س - ٣)(س - ٦)}$$

$$= \boxed{\frac{١}{٦ - ٢س}}$$

٥) $\frac{س^2-٤س-٥}{س^2-٥س}$ اذا كانت $ن(س)=$

اوجد ① $ن^{-١}(س)$ وعين مجالها ② $ن^{-١}(-١)$

③ اذا كانت $ن^{-١}(س)=\frac{١}{٣}$ اوجد قيمة س

$$ن(س)=\frac{س(س^2-٤س-٥)}{(٥+س)(٥-س)}=\frac{س(س-٥)(س+١)}{(٥+س)(٥-س)}$$

$$ن^{-١}(س)=\frac{(٥+س)(٥-س)}{س(س-٥)(س+١)}=\frac{٥+س}{(١+س)س}$$

مجال $ن^{-١}(س)=ح-\{$ صفر، ٥، -١ $\}$

$ن^{-١}(-١)$ ليس لها وجود في ح

$\frac{١}{٣}=ن^{-١}(س)\Leftarrow\frac{٥+س}{(١+س)س}=\frac{١}{٣}$

$س^2+٣س=٢س+١٥$

$س^2+س-١٥=$ صفر $\Leftarrow(س-٥)(س+٣)=$ صفر

$س=٥$ مرفوض لأنها تجعل $ن^{-١}(س)$ غير معرفة

$س=-٣$

تذكر أن: $\frac{أ}{ب}\div\frac{ج}{د}=\frac{أ}{ب}\times\frac{د}{ج}$

---

٦) اختصر لأبسط صورة

$$ن(س)=\frac{س^2-٩}{س^2-٢س-١٥}\div\frac{س^2-١٠س+٩}{س^2-س-١٠}$$

$$ن(س)=\frac{(س-٥)(س+٣)}{(س-٣)(س+٢)}\times\frac{(س-٥)(س-٢)}{س(س-٣)(س-٣)}$$

$$ن(س)=\frac{(س-٥)^2}{س(س-٣)^2}$$

المقام $=$ صفر $\Leftarrow$ س $=$ صفر، ٣

(٧) $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 + ٢س + ٩}{س^2 + ٥س + ٦}$

$= \frac{س^2 - ٢س}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 + ٥س + ٦}{س^2 + ٢س + ٩}$

$= \frac{س(س - ٢)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٢)(س + ٣)}{(س + ٣)^2}$

$= \frac{س(س - ٢)}{(س - ٣)(س + ٣)}$

$\therefore ن(س) = \frac{س + ٢}{س}$

(٨) $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٣}{٤س^2 - ١٠س + ٢٥} \div \frac{٢س^2 - س - ١٥}{٨س^3 + ١٢٥}$

$= \frac{(س - ٣)(س + ١)}{(٢س - ٥)^2} \times \frac{(٢س + ٥)(٤س^2 - ١٠س + ٢٥)}{(٢س - ٥)(س + ٣)}$

$= \frac{س + ١}{٢س + ٥}$

(٩) إذا كان $\frac{س^2 + ٢س}{س^2 - ٢س + ن}$ لا يمكن كتابتها على صورة $\frac{س + ٤}{س}$

أوجد قيمة ن ثم أوجد مجال الكسر الذي يمثل الدالة

$\therefore \frac{س^2 + ٢س}{س^2 - ٢س + ن} = \frac{س + ٤}{س}$

$\therefore س^2 - ٢س + ن = (س + ٢)(س - ٤) = س^2 - ٢س - ٨$

$\therefore ن = -٨$

ومجال الدالة $= ح - \{٠، ٤\}$